PART4 展開

要点① 展開

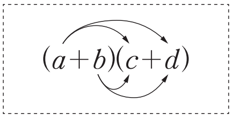
「展開」… 整式の積を，単項式の和の形に表すこと

$(a+b)(c+d)=$

$=$

$=$

$=$



例 $(2x^2-x-4)(x+3)$

$=2x^2(x+3)-x(x+3)-4(x+3)$

$=$

$=$

要点② 展開の公式

展開する式がある特別な形をしているとき，以下の「展開の公式」により，その展開の途中計算を省略することができる。

展開の公式

1 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$　　**2** $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

3 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$　　**4** $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

例 $(x+3)^2=$　　　　$=$

$(x-4)^2=$　　　　$=$

$(x+5)(x-5)=$　　　　$=$

$(x+2)(x-3)=$　　　　$=$

$(ax+b)(cx+d)$ を展開し，x に着目して整理すると

$$(ax+b)(cx+d)=acx^2+adx+bcx+bd=$$

であることから，次の展開の公式が成り立つ。

展開の公式

5 $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

例 $(2x+3)(4x-5)=$

$=$

要点 ③ 式の展開の工夫

展開する式の一部を，別の文字でおき換えることで，展開の公式を利用できる場合がある。

例 $(x+y+4)(x+y-4)$ を展開する。

$=A$ とおくと

$$\begin{aligned}(x+y+4)(x+y-4)&=(A+4)(A-4)\\&=A^2-16\\&=\qquad -16\\&=\end{aligned}$$

実際に別の文字でおき換えずに，ひとつのかたまりとみて展開することも可能である。

例 $$\begin{aligned}(x+y+4)(x+y-4)&=\{(x+y)+4\}\{(x+y)-4\}\\&=(x+y)^2-16\\&=x^2+2xy+y^2-16\end{aligned}$$

4 (1) 次の式を展開せよ。

(i) $(2x+1)^2$　(ii) $(3x-2y)^2$

(iii) $(3x+5y)(3x-5y)$　(iv) $(x-4y)(x-6y)$

(2) 次の式を展開せよ。

(i) $(2x+3)(3x+4)$　(ii) $(x+5y)(3x-7y)$

(3) 次の式を展開せよ。

(i) $(x-y-8)(x-y+2)$　(ii) $(a+b+c)^2$

Point Pickup

展開の公式

展開の公式

1 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$　**2** $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

3 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$　**4** $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

5 $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

が利用できるときは，積極的に利用するとよい。

展開の工夫

式の一部を別の文字で「　　　　　　　　」ことで，展開の公式を使える形にする。

第 1 講　PART4 確認問題

次の式を展開せよ。

1 $(x+3)^2=x^2+$ ア $x+$ イ

2 $(2x-1)^2=$ ウ x^2- エ $x+1$

3 $(x+4y)(x-4y)=x^2-$ オカ y^2

4 $(x-2a)(x-3a)=x^2-$ キ $ax+$ ク a^2

5 $(2x-3)(x+4)=2x^2+$ ケ $x-$ コサ

6 $(x+2y)(3x+4y)$

$=$ シ x^2+ スセ $xy+$ ソ y^2

7 $(x+y-2)(x+y+5)$

$=x^2+$ タ $xy+y^2+$ チ $x+$ ツ $y-$ テト

8 $(a+2b-3)^2$

$=a^2+$ ナ $ab+$ ニ b^2- ヌ $a-$ ネノ $b+$ ハ

PART4 展開

4 (1) 次の式を展開せよ。

(i) $(2x+1)^2$　　(ii) $(3x-2y)^2$

(iii) $(3x+5y)(3x-5y)$　　(iv) $(x-4y)(x-6y)$

(2) 次の式を展開せよ。

(i) $(2x+3)(3x+4)$　　(ii) $(x+5y)(3x-7y)$

(3) 次の式を展開せよ。

(i) $(x-y-8)(x-y+2)$　　(ii) $(a+b+c)^2$

[解答]

(1)(i) $(2x+1)^2=(2x)^2+2\cdot 2x\cdot 1+1^2=4x^2+4x+1$

(ii) $(3x-2y)^2=(3x)^2-2\cdot 3x\cdot 2y+(2y)^2=9x^2-12xy+4y^2$

(iii) $(3x+5y)(3x-5y)=(3x)^2-(5y)^2=9x^2-25y^2$

(iv) $(x-4y)(x-6y)=x^2+(-4y-6y)x+(-4y)\cdot(-6y)=x^2-10xy+24y^2$

(別解)

$(x-4y)(x-6y)=x^2+(-4-6)xy+(-4)\cdot(-6)y^2=x^2-10xy+24y^2$

(2)(i) $(2x+3)(3x+4)=2\cdot 3x^2+(2\cdot 4+3\cdot 3)x+3\cdot 4=6x^2+17x+12$

(ii) $(x+5y)(3x-7y)=3x^2+(-7y+15y)x+5y\cdot(-7y)=3x^2+8xy-35y^2$

(別解)

$(x+5y)(3x-7y)=3x^2+(-7+15)xy-35y^2=3x^2+8xy-35y^2$

(3)(i) $x-y=A$ とおくと

$$(x-y-8)(x-y+2)=(A-8)(A+2)=A^2-6A-16$$
$$=(x-y)^2-6(x-y)-16$$
$$=x^2-2xy+y^2-6x+6y-16$$

(ii) $a+b=A$ とおくと

$(a+b+c)^2=(A+c)^2=A^2+2Ac+c^2$

$=(a+b)^2+2(a+b)c+c^2$

$=a^2+2ab+b^2+2ac+2bc+c^2$

$=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

第 1 講　PART4 確認問題 解答

1

[正解] ア：6，イ：9

[解説]

$(x+3)^2=x^2+2\cdot x\cdot 3+3^2$ [A]

$=\boldsymbol{x^2+6x+9}$

[A]　展開の公式
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

2

[正解] ウ：4，エ：4

[解説]

$(2x-1)^2=(2x)^2-2\cdot 2x\cdot 1+1^2$ [B]

$=\boldsymbol{4x^2-4x+1}$

[B]　展開の公式
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

3

[正解] オカ：16

[解説]

$(x+4y)(x-4y)=x^2-(4y)^2$ [C]

$=\boldsymbol{x^2-16y^2}$

[C]　展開の公式
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

4

[正解] キ：5，ク：6

[解説]

$(x-2a)(x-3a)$

$=x^2+\{(-2a)+(-3a)\}x+(-2a)\cdot(-3a)$ [D]

$=\boldsymbol{x^2-5ax+6a^2}$

[D]　展開の公式
$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

5

[正解] ケ：5，コサ：12

[解説]

$(2x-3)(x+4)$

$=2\cdot 1x^2+\{2\cdot 4+(-3)\cdot 1\}x+(-3)\cdot 4$ [E]

$=\boldsymbol{2x^2+5x-12}$

[E]　展開の公式
$(ax+b)(cx+d)$
$=acx^2+(ad+bc)x+bd$

6

[正解] シ：3，スセ：10，ソ：8

[解説]

$(x+2y)(3x+4y)$

$=1\cdot 3x^2+(1\cdot 4y+2y\cdot 3)x+2y\cdot 4y$ [F]

$=\boldsymbol{3x^2+10xy+8y^2}$

[F]　展開の公式
$(ax+b)(cx+d)$
$=acx^2+(ad+bc)x+bd$

7

[正解] タ：2，チ：3，ツ：3，テト：10

[解説]

$x+y=A$ とおくと，[G]

$(x+y-2)(x+y+5)$

$=(A-2)(A+5)$

$=A^2+3A-10$

$=(x+y)^2+3(x+y)-10$

$=\boldsymbol{x^2+2xy+y^2+3x+3y-10}$

[G]　括弧の中の共通な式を，別の文字でおき換える。

8

[正解] ナ：4，ニ：4，ヌ：6，ネノ：12，ハ：9

[解説]

$a+2b=A$ とおくと，[H]

$(a+2b-3)^2$

$=(A-3)^2$

$=A^2-6A+9$

$=(a+2b)^2-6(a+2b)+9$

$=\boldsymbol{a^2+4ab+4b^2-6a-12b+9}$

[H]　括弧の中の一部の式を，別の文字でおき換える。